

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Орский гуманитарно-технологический институт (филиал)
федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Оренбургский государственный университет»
(Орский гуманитарно-технологический институт (филиал) ОГУ)

Кафедра математики, информатики и физики

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

ДИСЦИПЛИНЫ

«Б1.Д.Б.22 Алгебра и теория чисел»

Уровень высшего образования

БАКАЛАВРИАТ

Направление подготовки

44.03.05 Педагогическое образование

(с двумя профилями подготовки)

(код и наименование направления подготовки)

Математика, Физика

(наименование направленности (профиля) образовательной программы)

Квалификация

Бакалавр

Форма обучения

Очная

г. Орск 2024

Рабочая программа «Б1.Д.Б.22 Алгебра и теория чисел»
рассмотрена и утверждена на заседании кафедры
математики, информатики и физики

наименование кафедры

протокол № 6 от «07» февраля 2024 г.

Заведующий кафедрой математики, информатики

наименование кафедры

подпись

Зыкова Г.В.

расшифровка подписи

Исполнители доцент

должность

подпись

Голунова А.А.

расшифровка подписи

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой математики, информатики и физики

наименование кафедры

личная подпись

расшифровка подписи

Председатель методической комиссии по направлению подготовки
44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

наименование

личная подпись

Абрамов С.М.

расшифровка подписи

Заведующий библиотекой

личная подпись

Камышанова М.В.

расшифровка подписи

Начальник ОИТ

личная подпись

Сапрыкин М.В.

расшифровка подписи

© Голунова А.А., 2024
© Орский гуманитарно-
технологический
институт (филиал) ОГУ,
2024

1 Цели и задачи освоения дисциплины

Цель (цели) освоения дисциплины: формирование математической культуры будущего учителя математики и физики, как основы для развития универсальных (УК), общепрофессиональных (ОПК) и профессиональных компетенций (ПК) в области педагогической деятельности.

Задачи:

1. Формирование системы знаний, умений и методов:
 - применяемых для исследования алгебраических систем, свойств операций и отношений,
 - выделения групповых, кольцевых и линейных свойств алгебраических систем.
2. Раскрытие основных элементов накопленной духовной и материальной культуры относительно алгебраической концепции математического знания.
3. Установление связи (единства) общетеоретического и профессионального компонентов.
4. Установление взаимосвязи педагогического управления и самостоятельной работы студентов.
5. Создание условий для развития и воспитания профессионально важных качеств личности будущего учителя математики.

Методическую основу реализации программы по алгебре составляют системный, интегративный, личностный, процессный и функционально-деятельный подходы.

2 Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к базовой части блока Д «Дисциплины (модули)»

Пререквизиты дисциплины: *Отсутствуют*

Постреквизиты дисциплины: *Б1.Д.Б.26 Элементарная математика, Б1.Д.Б.27 Практикум по решению математических задач, Б1.Д.В.3 Методы решения математических задач, Б1.Д.В.4 Методика обучения математике*

3 Требования к результатам обучения по дисциплине

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих результатов обучения

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1-В-1 Применяет философские основы познания и логического мышления, методы научного познания, в том числе методы системного анализа, для решения поставленных задач УК-1-В-2 Осуществляет критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников УК-1-В-4 Применяет методы сбора, хранения, обработки, передачи, анализа и синтеза информации с использованием компьютерных технологий для решения поставленных задач УК-1-В-5 Формулирует и	Знать: - предмет изучения следующих содержательных линий: поля и комплексные числа; координатное пространство; системы линейных уравнений; определители; группы; делимость целых чисел; кольца и идеалы; многочлены; многочлены над числовыми полями; - понятия и факты содержательных линий курса алгебры и теории чисел; - роль алгебры в познании окружающего мира; - алгебраические методы; - структурный подход: структуры, подструктуры, нормальные подструктуры, фактор структуры, гомоморфизмы и изоморфизмы; - подход теории тождеств: свободная

Код и наименование формируемых компетенций	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций
	аргументирует выводы и суждения, в том числе с применением философского понятийного аппарата	структура, тождества, описание свойств алгебраической системы посредством системы тождеств; - методы познания относительно получения математических знаний (индукция, аналогия, систематизация, идеализация, абстрагирование, моделирование); - методологию и историю развития алгебры и теории чисел. Уметь: - аргументировать убеждение в абсолютности математической истины и математического доказательства, предотвращать поверхностную имитацию действий, ведущих к успеху, без ясного понимания смысла; - проводить анализ учебных и жизненных ситуаций, в которых можно применять аппарат математического анализа; - применять методы и приемы понимания математического текста, его анализа, структуризации, реорганизации, трансформации; - применять теоретические знания в решении прикладных задач; - использовать информационные источники, следить за последними открытиями в области математики и знакомить с ними обучающихся; - уметь применять методологические знания для изучения содержательных линий курса алгебры и теории чисел. Владеть: - методами решения задач курса алгебры и теории чисел; - методами математического моделирования физических задач с использованием линейных систем уравнений и теории векторных пространств, а также их решений; - навыками работы с алгебраическими системами: группами, кольцами, полями, векторными пространствами и с основными алгебраическими объектами: координатными векторами, матрицами, классами вычетов, многочленами; - навыками применения средств информационно-коммуникационных технологий в решении задач, там где это эффективно; в частности - математическими компьютерными программами (MathCAD, Math LAB и др.), навыками использования программы MS Excel для математических расчетов.

4 Структура и содержание дисциплины

4.1 Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц (324 академических часа).

Вид работы	Трудоемкость, академических часов			
	1 семестр	2 семестр	3 семестр	всего
Общая трудоёмкость	108	108	108	324
Контактная работа:	33,25	33,25	33,25	99,75
Лекции (Л)	12	12	12	36
Практические занятия (ПЗ)	20	20	20	60
Консультации	1	1	1	3
Промежуточная аттестация (зачет, экзамен)	0,25	0,25	0,25	0,75
Самостоятельная работа:	74,75	74,75	74,75	224,25
- выполнение домашней контрольной работы;	10	10	10	30
- самостоятельное изучение разделов;	10	10	10	30
- самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий;	20	20	20	60
- подготовка к практическим занятиям;	30	30	30	90
- подготовка к рубежному контролю и т.п.)	4,75	4,75	4,75	14,25
Вид итогового контроля (зачет, экзамен, дифференцированный зачет)	экзамен	экзамен	экзамен	

Разделы дисциплины, изучаемые в 1 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
1	Системы линейных уравнений	27	2	6		19
2	Арифметическое векторное пространство	27	4	4		19
3	Матрицы и определители	29	4	6		19
4	Поле комплексных чисел	25	2	4		19
	Итого:	108	12	20		76

Разделы дисциплины, изучаемые в 2 семестре

№ раздела	Наименование разделов	Количество часов				
		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
5	Множества. Бинарные алгебраические отношения.	26	2	4		20
6	Основные алгебраические системы	30	4	6		20
7	Делимость в кольце целых чисел	28	2	6		20
8	Кольца и идеалы. Кольцо классов вычетов по модулю m . Решение сравнений.	24	4	4		16
	Итого:	108	12	20		76

Разделы дисциплины, изучаемые в 3 семестре

№	Наименование разделов	Количество часов
---	-----------------------	------------------

раздела		всего	аудиторная работа			внеауд. работа
			Л	ПЗ	ЛР	
9	Многочлены	54	6	10		38
10	Многочлены над числовыми полями	54	6	10		38
	Итого:	108	12	20		76
	Всего:	324	36	60		228

4.2 Содержание разделов дисциплины

Раздел 1. Системы линейных уравнений. Понятие системы линейных уравнений с p переменными (неизвестными). Определение решения системы, её совместности.

Векторная форма записи системы линейных уравнений. Матрица и расширенная матрица системы.

Элементарные преобразования строк матрицы и уравнений системы. Строчечный и столбцовый ранги матрицы, их неизменяемость при элементарных преобразованиях. Ступенчатая и приведенная ступенчатая матрицы.

Лемма о равносильности систем уравнений. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы. Приведение матрицы к ступенчатому и приведенному ступенчатому видам. Правило вычисления ранга матрицы.

Равносильные системы линейных уравнений, метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Критерий совместности, исследование системы на совместность. Свойства решений однородной системы линейных уравнений и их связь с решениями неоднородной системы.

Раздел 2. Арифметическое векторное пространство. Понятие координатного вектора над полем, действия над векторами, их свойства: системы и подсистемы векторов, их линейные комбинации. Линейная зависимость системы векторов, её свойства. Теорема о ненулевых решениях однородной системы линейных уравнений. Основная теорема о линейной зависимости, её следствие.

Базис и ранг конечной системы векторов. Теоремы о существовании и равносильности базисов. Ранг системы векторов и его свойства. Ступенчатая система векторов, система единичных векторов n -мерного векторного пространства.

Раздел 3. Матрицы и определители. Матрицы, виды матриц. Операции с матрицами. Группа подстановок n -ой степени. Циклические подстановки и транспозиции. Четность и знак подстановки, их свойства.

Определитель квадратной матрицы 2-го, 3-го и n -го порядков. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения элементов квадратной матрицы. Разложение определителя по элементам строки или столбца. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя. Определитель произведения матриц. Миноры k -того порядка матрицы. Теорема о ранге матрицы. Формула вычисления обратной матрицы. Вычисление определителей.

Нахождение линейной зависимости системы векторов с помощью определителя. Запись и решение системы p линейных уравнений с p неизвестными в матричном виде. Правило Крамера решения таких систем. Условие существования ненулевого решения системы p линейных однородных уравнений с p неизвестными.

Раздел 4. Поле комплексных чисел. Построение поля комплексных чисел как множества упорядоченных пар действительных чисел.

Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними. Алгебраическая форма комплексного числа, действия в ней.

Тригонометрическая форма комплексного числа, умножение, деление в ней. Формула Муавра, извлечение корня из комплексного числа. Сопряженные числа, их свойства. Корни n -ой степени из 1, их свойства. Первообразные корни n -ой степени из 1, их свойства.

Раздел 5. Множества, Бинарные алгебраические отношения. Понятие множества. Операции над множествами. Прямое произведение множеств. Бинарные отношения и их свойства. Отношение эквивалентности. Отношение порядка. Функциональные отношения.

Раздел 6. Основные алгебраические системы. Бинарная алгебраическая операция. Основные алгебраические системы: группоид, полугруппа, моноид, кольцо, поле. Простейшие свойства поля. Подполе, его свойства. Характеристика поля, её свойства.

Основные примеры и свойства группы. Подгруппы, их свойства, примеры. Критерии подгрупп. Подгруппа, порожденная множеством.

Порядок элемента группы, его свойства. Циклические группы, их свойства, изоморфизм циклических групп. Теорема Кэли.

Смежные классы, их свойства. Теорема Лагранжа и её следствия. Индекс подгруппы. Нормальные подгруппы, их свойства. Факторгруппа. Изоморфизм и гомоморфизм групп, их свойства.

Раздел 7. Делимость в кольце целых чисел. Отношение делимости целых чисел, его свойства. Теорема о делении с остатком. Алгоритм Евклида нахождения НОД целых чисел. Взаимно простые числа. НОК. Простые числа, их бесконечность. Решето Эратосфена. Разложение целого числа на простые множители и его единственность. Систематические числа, перевод из одной системы счисления в другую. Конечные цепные (непрерывные) дроби. Подходящие дроби, их свойства.

Раздел 8. Кольца и идеалы. Кольцо классов вычетов по модулю m . Решение сравнений. Понятие, примеры, свойства колец. Подкольцо, его свойства, критерии подкольца. Изоморфизм колец. Кольцо классов вычетов по модулю m . Идеалы кольца. Сравнения и классы вычетов по идеалу, факторкольцо. Область целостности. Отношение делимости, его свойства.

Главные идеалы, кольца главных идеалов. Факториальности кольца. Возрастающая цепочка главных идеалов.

Гомоморфизм колец. Ядро гомоморфизма. Теорема о гомоморфизмах колец. Евклидовы кольца.

Раздел 9. Многочлены. Построение кольца многочленов от одного переменного над областью целостности. Простое трансцендентное расширение целостного кольца. Степень многочлена, её свойства.

Деление многочлена на двучлен, корни многочлена. Теорема Безу, её следствие. Многочлены над полем. Теорема о делении с остатком. НОД и алгоритм Евклида. Неприводимые над полем многочлены.

Кратное трансцендентное расширение области целостности.

Симметрические многочлены. Основная теорема, её следствие. Теорема единственности.

Результант, его свойства. Теория исключения для двух уравнений с двумя неизвестными.

Теорема Виета.

Раздел 10. Многочлены над числовыми полями. Теорема о существовании корня. Поле разложения многочлена. Теорема о многочлене с действительными коэффициентами (о существовании комплексного корня). Основная теорема алгебры комплексных чисел, её следствия. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел

Уравнения 2, 3, 4-ой степени.

Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Критерий Эйзенштейна неприводимости многочлена.

Простое алгебраическое расширение. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.

4.3 Практические занятия (семинары)

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
1	1	Вычисление ранга матрицы. Исследование систем на совместность.	2
2	1	Решение систем методом Гаусса.	4
3,4	2	Линейная зависимость векторов. Нахождение базиса. Выражение векторов системы через базис. Решение однородных линейных систем уравнений. Фундаментальный набор решений.	4
5	3	Действия с матрицами. Перестановки. Действия с перестановками. Подстановки и транспозиции. Вычисление определителей	4
6	3	Обратные матрицы. Построение обратной матрицы. Решение	2

№ занятия	№ раздела	Тема	Кол-во часов
		систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы и по правилу Крамера.	
7	4	Действия с комплексными числами в алгебраической форме	2
8	4	Действия с комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел. Корни n -ой степени из 1.	2
		<i>Итого в 1 семестре</i>	20
1	5	Примеры групп. Таблица Кэли.	4
2	6	Смежные классы, нормальные группы.	4
3	6	Гомоморфизмы и изоморфизмы групп	2
4	7	Простейшие свойства делимости. Простые множители	4
5	7	Системы счисления. Вычисления в системах счисления, перевод из одной системы счисления в другую.	2
6	8	Идеалы кольца. Кольца главных идеалов. Сравнения по модулю. Классы вычетов по данному модулю.	2
7	8	Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма. Решение сравнений. Сравнения первой степени с одним неизвестным.	2
		<i>Итого во 2 семестре</i>	20
1	9	Действия с многочленами. Схема Горнера	2
2	9	Корни многочлена. Формулы Виета.	2
3	9	Алгоритм Евклида	2
4	9	Действия с многочленами от нескольких образующих. Симметрические многочлены	2
5	9	Результант многочлена и его применение	2
6	10	Решение алгебраических уравнений 3. 4. степени. Метод Кардано. Метод Феррари.	4
7	10	Рациональные корни многочлена	2
8	10	Простое алгебраическое расширение. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби	4
		<i>Итого в 3 семестре</i>	20
		Итого:	60

5 Учебно-методическое обеспечение дисциплины

5.1 Основная литература

1. Веретенников, Б. М. Алгебра и теория чисел: учебное пособие : в 2 частях / Б. М. Веретенников, А. Б. Веретенников, М. М. Михалева ; науч. ред. Н. В. Чуксина ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2019. – Часть 2. – 75 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=697588>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7996-2568-9 (ч. 2). – ISBN 978-5-7996-1166-8. – Текст : электронный.

5.2 Дополнительная литература

1. Винберг, Э.Б. Алгебра многочленов / Э.Б. Винберг. – М.: Просвещение, 1980. – 176 с.
2. Кострикин, А.И. Введение в алгебру / А.И. Кострикин. – М.: Наука, 2001. – 495 с.
3. Куликов, Л.Я. Алгебра и теория чисел / Л.Я. Куликов. – М.: Высшая школа, 1979. – 560 с.
4. Проскуряков, И.В. Сборник задач по линейной алгебре / И.В. Проскуряков. – М.: Наука, 1967. – 384 с.
5. Проскуряков, И.В. Высшая алгебра [Электронный ресурс]/ И.В. Проскуряков, А.П. Мишина ; под ред. Л.А. Люстерник, А.Р. Янпольского, П.К. Рашевского. - М. : Гос. изд-во физико-

математической лит., 1962. - 301 с. - (Справочная математическая библиотека). – Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=112179

6. Балдин, К. В. Краткий курс высшей математики : учебник / К. В. Балдин, А. В. Рукоуев ; под общ. ред. К. В. Балдина. – 6-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2023. – 510 с. : ил., табл., схем., граф. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=710921>

7. Тыртышников, Е. Е. Основы алгебры : учебник / Е. Е. Тыртышников. – Москва : Физматлит, 2017. – 464 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485535>. – Библиогр.: с. 449-450. – ISBN 978-5-9221-1728-9. – Текст : электронный.

8. Ивлева, А. М. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия : учебное пособие : [16+] / А. М. Ивлева, П. И. Прилуцкая, И. Д. Черных ; Новосибирский государственный технический университет. – 5-е изд-е, испр. и доп. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. – 183 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576324>. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3868-8. – Текст : электронный.

5.3 Периодические издания

Математика. Все для учителя! (архив 2014-2019гг.)

Математика в школе (архив 2009-2021гг.)

5.4 Интернет-ресурсы

5.4.1. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Научная библиотека - <http://niv.ru/> Доступ свободный
2. eLIBRARY.RU - www.elibrary.ru Доступ свободный. Необходима индивидуальная регистрация в локальной сети вуза.
3. Infolio - Университетская электронная библиотека – <http://www.infoliolib.info/>

5.4.2. Тематические профессиональные базы данных и информационные справочные системы:

1. Учителям информатики и математики - <http://comp-science.narod.ru/>
2. Exponenta.Ru. Образовательный математический сайт. Обучение работе в математических пакетах MathLab, MathCad, Mathematica, Maple и др. - <https://exponenta.ru/>
3. Электронная библиотека ВГПУ. Электронная библиотека для студентов и преподавателей математического факультета. - <http://mif.vspu.ru/e-library>
4. Математическое образование - <http://www.mathedu.ru/>
5. MathTEST.ru. Материалы по математике в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online) - <http://mathtest.ru/>
6. Math.ru. Математический сайт – <https://math.ru/lib/>
7. Uztest.ru. Виртуальный кабинет учителя – <http://uztest.ru/>
8. Федеральный институт педагогических измерений - <http://fipi.ru/>
9. EqWorld. Учебная физико-математическая библиотека - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library.htm>
10. Журнальный портал ФТИ им. Иоффе - <https://journals.ioffe.ru/>
11. СиЗиФ – <http://www.kosmofizika.ru/>

5.4.3. Электронные библиотечные системы

ЭБС «Университетская библиотека онлайн» – <http://www.biblioclub.ru/> После регистрации доступ возможен из любой точки сети Интернет.

5.4.4. Дополнительные Интернет-ресурсы

1. [http://publ.lib.ru/ARCHIVES/M/"Matematika_v_shkole"/_Matematika_v_shkole".html](http://publ.lib.ru/ARCHIVES/M/) – электронный архив журнала «Математика в школе».
2. <http://www.mathedu.ru> – интернет-библиотека по методике преподавания математики «Математическое образование: прошлое и настоящее».
3. <http://www.mathtest.ru> – материалы по математике в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online).
4. <http://www.uztest.ru> – материалы ЕГЭ по математике: подготовка к тестированию.
5. <http://mat.1september.ru> – каталог газеты «Математика» издательского дома «Первое сентября».
6. <http://www.fasi.gov.ru> – официальный сайт федерального агентства по науке и инновациям.
7. <http://www.ed.gov.ru> – официальный сайт федерального агентства по образованию.
8. <http://www.fipi.ru> – официальный сайт федерального института педагогических измерений.

5.5 Программное обеспечение, профессиональные базы данных и информационные справочные системы современных информационных технологий

Тип программного обеспечения	Наименование	Схема лицензирования, режим доступа
Операционная система	РЕД ОС «Стандартная» для Рабочих станций*	Образовательная лицензия от 11.07.2022 г. на 3 года для 240 рабочих мест в рамках соглашения о сотрудничестве с ООО «Ред Софт» № 305/06-22У от 28.06.2022 г.
Офисный пакет	LibreOffice	Свободное ПО, https://libreoffice.org/download/license/
Интернет-браузер	Chromium	Свободное ПО, https://www.chromium.org/Home/
	Яндекс.Браузер	Бесплатное ПО, https://yandex.ru/legal/browser_agreement/

6 Материально-техническое обеспечение дисциплины

Наименование помещения	Материально-техническое обеспечение
Учебные аудитории: - для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа (2-206, 2-211, 2-307, 1-144);	Учебная мебель, доска, мультимедийное оборудование (проектор, экран, ноутбук с выходом в сеть «Интернет»)
- для групповых и индивидуальных консультаций (2-207, 2-208);	Учебная мебель, доска, персональные компьютеры с выходом в локальную сеть и сеть «Интернет»
- для текущего контроля и промежуточной аттестации (2-219)	Учебная мебель
Компьютерный класс (2-207)	Учебная мебель, компьютеры (8) с выходом в локальную сеть и сеть «Интернет», передвижная доска, лицензионное программное обеспечение
Компьютерный класс (2-208)	Учебная мебель, передвижная доска, компьютеры (8) с выходом в локальную сеть и сеть «Интернет», лицензионное программное обеспечение
Компьютерный класс (2-213)	Учебная мебель, передвижная доска, компьютеры (12) с выходом в локальную сеть и сеть «Интернет», проек-

	тор, экран, лицензионное программное обеспечение
--	--

Для проведения занятий лекционного типа используются следующие наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядные пособия:

- презентации к курсу лекций.